UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

OFFICE DU BACCALAUREAT
BP 5005-DAKAR-Fann-Sénégal
Serveur Vocal : 628 05 59
Téléfax (221) 33 864 67 39 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81

17 G 18 Bis B 01
Durée : 2 heures
Série S1-S3 Coef 8

Epreuve du $2^{\text{ème}}$ groupe

MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées.
Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites.
Leur utilisation sera considérée comme une fraude.(CF.Circulaire n^0 5990/OB/DIR. du 12 08 1998)

Exercice 1 (5 *points*).

1. Soit l'équation : $20x - 5y = 4$ où x et y sont des entiers relatifs. Expliquer pourquoi cette équation n'a pas de solution. 0.5 *pt*

2. On considère l'équation (E) : $20x - 9y = 2$ où x et y sont des entiers relatifs.
a. Montrer que si (x_0, y_0) est solution de (E), alors y_0 est un multiple de 2. 0.5 *pt*
b. Résoudre l'équation (E). 1 *pt*

3. Déterminer l'ensemble des solutions (x, y) de (E) telles que pgcd $(x, y) = 2$. 0.5 *pt*

4. Soit p un entier naturel s'écrivant $\overline{ca5}^{(6)}$ en base 6 et $\overline{bbaa}^{(4)}$ en base 4.
a. Montrer que $a + 5$ est un multiple de 4 et en déduire la valeur de a. 1 *pt*
b. Déterminer les valeurs de b et c. 1 *pt*
Déterminer l'écriture de p en base 10. 0.5 *pt*

Exercice 2 (5 *points*).

(C) est la courbe, dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan, dont un système d'équations paramétriques est :

$$\begin{cases} x(t) = 2(t - \sin t) \\ y(t) = 2(1 - \cos t) \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

1. a. Comparer les coordonnées des points $M(t)$ et $M(t + 2\pi)$ et montrer que ces points correspondent dans une translation. 1 *pt*
b. Comparer les coordonnées des points $M(t)$ et $M(-t)$ et montrer que ces points correspondent dans une symétrie. 1 *pt*
c. En déduire un intervalle d'étude utile de (C). 0.5 *pt*

2. Etudier les variations des fonctions x et y dans l'intervalle $[0, \pi]$. 1.5 *pt*

3. Construire l'ensemble des points de (C) dont le paramètre t appartient à $[-2\pi, 2\pi]$. 1 *pt*
On admettra que la tangente en O à (C) est dirigée par $\vec{j}$.

Exercice 3 (5 *points*).

Une urne A contient une boule rouge et trois boules vertes.
Une urne B contient deux boules rouges et deux boules noires.
Les boules sont indiscernables au toucher.

1. On dispose d'un dé à six faces, parfaitement équilibré, numéroté de 1 à 6.
On le lance une fois, si l'on obtient un multiple de 3, on tire au hasard une boule de l'urne A, sinon on tire une boule de l'urne B.
a. Calculer la probabilité d'obtenir une boule noire. 1 *pt*
b. Quelle est la couleur qui a la plus grande probabilité de sortir ? 1 *pt*
c. Quelle est la probabilité que la boule tirée provienne de l'urne B sachant qu'elle est rouge ? 1 *pt*

2. On réunit toutes les boules dans une seule urne et on tire successivement trois boules que l'on pose à chaque fois devant l'urne.

a. Montrer que la probabilité de l'événement : « la troisième boule est noire » vaut $\frac{1}{4}$. 1 *pt*

b. Certains pensent que l'événement : « la première boule est noire » est plus probable que « la troisième boule est noire. »
Est-ce vrai ? Justifier. 1 *pt*

Exercice 4 (5 *points*).

On considère le nombre complexe $z = \mathrm{e}^{ix}$, $x \in \mathbb{R}$ et un entier naturel n non nul.

1. Montrer que $z^n + \dfrac{1}{z^n}$ est un réel dont on précisera la valeur en fonction de n et de x. 1.5 *pt*

2. Calculer $\left(z + \dfrac{1}{z}\right)^5$ et en déduire la linéarisation de $\cos^5 x$. 1 *pt*

3. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $\cos^5 x = \dfrac{5}{8}\cos x + \dfrac{3}{8}\cos 3x$. 1.5 *pt*

b. En déduire les solutions dans $[0, \pi]$ de l'équation

$$2\sin\left(\frac{5}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)\ \cos\left(\frac{5}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos^2\left(\frac{3}{2}x\right) - \sin^2\left(\frac{3}{2}x\right)$$

1 *pt*

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

OFFICE DU BACCALAUREAT
BP 5005-DAKAR-Fann-Sénégal
Serveur Vocal : 628 05 59
Téléfax (221) 33 864 67 39 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81

16 G 18 Bis B
Durée : 2 heures
Série S1-S3 Coef 8

Epreuve du 2$^{\text{ème}}$ groupe

MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées.
Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites.
Leur utilisation sera considérée comme une fraude.(CF.Circulaire n^0 5990/OB/DIR. du 12 08 1998)

CORRECTION

Exercice 1.